BALOTARIO(PDF)

CAPITULO I : FUNCIONES VECTORIALES DE VARIABLE REAL.

1.-Dadas las curvas C_1: $\vec{f}(t)=(e^t\cos t; e^t sent; e^t)$ **,** $0\le t\le 2\pi$ **, y** $C_2:\vec{g}(t)=(t+1;t^2;t+1)$

a) Hallar el punto de intersección de C_1 y C_2.

b) Si desde el punto de intersección hasta un valor t, La longitud de arco de C_1 es (e–1) $\sqrt{3}$ ¿Cuánto es el valor de t?.

2.- Sea C una curva parametrizada por la función $\vec{f}:[0;1]\to\mathbb{R}^3$; tal que $\vec{f}'(0)=(1;0;0)$ y $\vec{f}''(t)$ =2t $\vec{T}$ (t) +λ(t) $\vec{N}$ (t),donde $\lambda(t)$ es una función real. Hallar la longitud de la curva C.

3.-Una partícula se mueve con vector posición $\vec{f}(t)=t\vec{a}+t^2\vec{b}+2\left(\frac{2}{3}t\right)^{\frac{3}{2}}\vec{a}\times\vec{b}$;

donde $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son dos vectores unitarios fijos que forman un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ .Calcule el tiempo empleado para desplazarse una distancia de 12 unidades de longitud de arco desde la posición inicial $\vec{f}(0)$.

4.-Sea C la curva definida por las ecuaciones : $z=2x^2y$; $z=x+y$. Hallar la componente normal del vector aceleración de C en el punto P_0 cuyas coordenadas son números enteros positivos, tal que la recta tangente en P_0 es paralela al plano P: x+3y-4z =10.

Capitulo II .FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES

1.-Sea la función $f(x;y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2};(x;y)\neq(0;0)\\ 0;(x;y)=(0;0)\end{cases}$

a)¿f es continua en (0;0)? Justifique

b)¿f es diferenciable en (0;0)? Justifique

2.- La temperatura de una placa metálica viene dada por $T(x;y)=\dfrac{1-y}{x^2y^2+1}$

a) ¿ En qué dirección unitaria tendríamos que desplazarnos desde el punto (1;1) para que temperatura decrezca lo más rápidamente posible?

b) ¿En qué dirección(o direcciones) unitaria desde el punto (1;1) la derivada direccional de T(x;y) es ¼?

3.- **Calcular la derivada direccional de la función** $f(x;y)=1-x^2-\dfrac{y^2}{4}$ **; en el punto de la curva** $4x^2+y^2=4$ **,de abscisa** $x_0=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **y ordenada positiva en la dirección de la normal interior a la curva en ese punto.**

4. Una panadería produce dos clases de galletas; la primera la vende a S/ 3 y la segunda a S/2.Si el ingreso total generado por la venta de x millares de galletas a S/3 y de y millares de galletas a S/2 está dado por I(x;y)=3x+2y; y el costo total en miles de soles, resultante de producir x millares de galletas de S/3 e y millares a S/2 está dado por $C(x;y)=2x^2-2xy+y^2-9x+6y+7$.Encontrar que cantidad de cada tipo de galleta debe ser producido y vendido para maximizar la utilidad.
De este modo U(4;2)=13 máxima utilidad

5.-Calcular la derivada direccional de la función $f(x;y;z)=x^2-8xy+z^2$ **; en la dirección de la normal exterior a la superficie** $x^2+y^2+z^2=17$ **; en el punto P(4;0;1).**

CAPITULO II : INTEGRALES MULTIPLES

1.- Sea $\Re$ la región en el primer cuadrante ,acotada por las gráficas de las ecuaciones $x^2+y^2=2x; x^2+y^2=6x; x^2+y^2=2y; x^2+y^2=8y$ .Calcular el valor de $\iint_{\Re} \frac{1}{(x^2+y^2)^2} dA$

2. Halle el volumen del solido U limitado por : los planos x=0; y=0; el paraboloide $z=x^2+y^2+10$;su plano tangente en el punto (1;1;12) y el plano x+2y=7.

3.- Calcular la integral triple $\iiint_U \left(x^2+y^2\right) dV$; siendo U el sólido dentro de la superficie cerrada S , formada por el manto del cono $z^2=x^2+y^2$, y los planos $z=2$; $z=4$.

4.-Calcular la integral triple de la función $f(x;y;z)=4x^2+9y^2+36z^2$, sobre la región U que corresponde al interior del elipsoide $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+z^2=1$

CAPITULO IV : INTEGRAL DE LINEA

1.- Calcular el trabajo realizado por el campo de fuerzas

$$\vec{F}(x,y,z)=\left(2x-y+z; x+y-z^2; 3x-2y+4z\right)$$

Al desplazar una partícula desde $A=\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}};0\right)$ hasta B = (0;0;1) , a lo largo de la curva C que resulta de interceptar el plano $y=x$; y el cilindro $2x^2+z^2=1$ en el primer octante.

2.-Calcular $\oint_C (e^{-x^3/2}+y^2)dx+(e^{-y^3/2}-x^2)dy$ **, alrededor de la curva cerrada C:** $x^2+y^2+2x=0$

3.-Calcular $\int_C \frac{yzdx+xzdy+xydz}{1+x^2y^2z^2}$; para cada una de las curvas:

a)El segmento rectilíneo que une (0;0;0) y (1;1;1).

b)La curva C , intersección de la esferas $x^2+y^2+(z-1)^2=1$; y $x^2+y^2+z^2=1$

4.-Calcular $\oint_C \left(-y^3+\arctan(\sqrt{13}x^2)\right)dx+\left(x^3+5xy+e^{100y^2+1}\right)dy$; siendo C la frontera de la región $D=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, x^2+y^2\leq 36 \wedge y\geq\sqrt{3}x \wedge y\geq 0\right\}$.

CAPITULO V : INTEGRAL DE SUPERFICIE

1.- Evalúe la integral $\iint_S \sqrt{1+4y^2+4z^2}\ dS$, donde *S* es la porción de paraboloide $x=4-y^2-z^2$ en el primer octante fuera del cilindro $y^2+z^2=1$.

2.- Calcular el flujo del campo de velocidades $\boldsymbol{V}(x,y,z)=\left(0;\ yz\ ;z^2\right)$, dirigido hacia arriba a través de la porción de cilindro $z=\sqrt{4-y^2}$ cortada por planos x = 0, x = 1.

3.- Sea C la intersección de $x^2+y^2-z=0$, y el plano 2x+4y+z=4, recorrida en sentido antihorario, vista desde arriba. Calcular $\oint_C (ydx+xzdy+x^2dz)$.

4.-Calcule el flujo de campo vectorial

$$\boldsymbol{F}(x,y,z)=e^{z^2}\,\boldsymbol{i}+\left(2y+sen\left(x^2z\right)\right)\boldsymbol{j}+\left(4z+\sqrt{x^2+9y^2}\right)\boldsymbol{k}$$

a través de la superficie cerrada que es frontera del sólido Q
ubicado al interior del cilindro: $x^2 + y^2 = 4$; y al interior del elipsoide:
$4x^2 + 4y^2 + z^2 = 64$

Profesor: Eduardo Huaccha Quiroz